

„Věda je pomalá a neohrabaná a trvá roky, než jsou její poznatky začleněny do systému vzdělávání“. Tato **učebnice** se snaží **zpoždění školní výuky** za praxí **zmenšit**.

Ukázka několika stran z učebnice

Řešení: Použije se dvakrát momentová podmínka rovnováhy. Aby nevznikly rovnice o dvou neznámých, volí se body otáčení vždy na jedné z hledaných sil. Součtová podmínka rovnováhy poslouží jako kontrola řešení.

$$\begin{aligned} \text{bod otáčení na síle } F_a: & 5 \cdot 1 - 7 \cdot 2 - F_b \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 0 \Rightarrow F_b = 3,75 \text{ kN} \\ \text{bod otáčení na síle } F_b: & 5 \cdot 5 + F_a \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_a = -11,75 \text{ kN} \\ \text{kontrola:} & 5 - 11,75 + 7 + 3,75 - 4 = 0 \end{aligned}$$

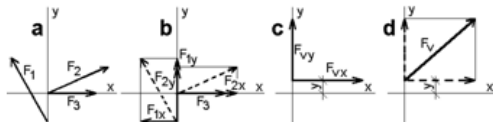
2.2.7 Obecná soustava sil

Jsou to libovolně rozmístěné síly v rovině. Zvláštní případy obecné soustavy sil jsou:

- síly působící v jedné přímce;
- rovinný svazek sil;
- rovnoběžné síly v rovině.

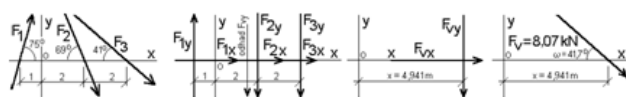
a) určení výslednice

Zvolí se souřadný systém (obr. 33 a). Vypočtou se složky sil $F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, \dots$, rozklad se provede na některé souřadné ose (obr. 33 b). Složky výslednice F_{Rx} a F_{Ry} se stanoví algebraickým součtem sil $F_{1x}, F_{2x}, \dots$ a $F_{1y}, F_{2y}, \dots$. Poloha sil F_{Rx} a F_{Ry} se určí pomocí Varignonovy věty (obr. 33 c). Velikost výslednice F_R se určí Pythagorovou větou, její sklon funkcí tangens (obr. 33 d).



Obrázek 33 Postup určení výslednice obecné soustavy sil v rovině

Příklad 21: Určete výslednici F_R sil $F_1 = 3,8 \text{ kN}$, $F_2 = 8,2 \text{ kN}$ a $F_3 = 2,1 \text{ kN}$ (obr. 34 a).



Obrázek 34 Příklad 21 Výslednice obecné soustavy sil v rovině

Řešení: Rozklad sil do sil svislých a vodorovných složek (obr. 34 b), provedeno na ose x:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= 3,8 \cdot \cos 75^\circ = 0,984 \text{ kN} & F_{1y} &= 3,8 \cdot \sin 75^\circ = 3,671 \text{ kN} \\ F_{2x} &= 8,2 \cdot \cos 69^\circ = 2,939 \text{ kN} & F_{2y} &= 8,2 \cdot \sin 69^\circ = 7,655 \text{ kN} \\ F_{3x} &= 2,1 \cdot \cos 41^\circ = 1,585 \text{ kN} & F_{3y} &= 2,1 \cdot \sin 41^\circ = 1,378 \text{ kN} \end{aligned}$$

Složky výslednice (obr. 34 c)

$$F_{Rx} = 0,984 + 2,939 + 1,585 = 5,508 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = 3,671 - 7,655 - 1,378 = -5,362 \text{ kN}$$

18

$$\begin{aligned} \text{nebo } I_y &= (2,5 \cdot 3,5^3 - 2 \cdot 1 \cdot 2,5^3) / 12 = 6,328 \text{ dm}^4 \\ I_z &= 3,5 \cdot 2,5^3 / 12 - 2 \cdot (2,5 \cdot 1^3 / 12 + 2,5 \cdot 1 \cdot 0,75^2) = \\ I_z &= 1,328 \text{ dm}^4 = 1,328 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \\ \text{nebo } I_z &= (2 \cdot 0,5 \cdot 2,5^3 + 2,5 \cdot 0,5^3) / 12 = 1,328 \text{ dm}^4 \end{aligned}$$

4.2.4 Hlavní těžištové osy

Dvě těžištové osy, k nimž nabývá moment setrvačnosti největší a nejmenší hodnoty I_{max} , I_{min} se nazývají hlavní těžištové osy průřezu. Obě hlavní těžištové osy jsou k sobě kolmé. Každá osa souměrnosti průřezu je současně jednou z hlavních těžištvých os (obr. 106).

Průřezy, které mají víc než dvě osy souměrnosti a mají $I_{max} = I_{min}$, mají moment setrvačnosti ke všem těžištvým osám stejné velikosti (obr. 107). Na ocelové sloupy jsou často používány dvojice průřezů U nebo I. Ty se po určitých vzdálenostech spojují přívařenými spojkami tak, aby jejich $I_y = I_z$ (obr. 107).

Příklad 53: Vypočítejte rozměr b průřezu ocelového sloupu složeného ze dvou U 200 tak, aby jeho $I_y = I_z$ (obr. 108).

Z tabulek: $A = 3220 \text{ mm}^2$

$$I_{y1} = 19,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_{z1} = 1,48 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 2 \cdot 19,1 \cdot 10^6 + 38,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_z = 2 \cdot 1,48 \cdot 10^6 + 2 \cdot 3220 \cdot a^2 = 38,2 \cdot 10^6$$

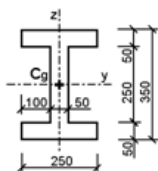
$$a = 74,0 \text{ mm} \quad b = 2 \cdot (20,1 + 74) = 188,2 \text{ mm}$$

4.3 Modul průřezu W

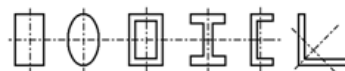
Modul průřezu (též průřezový modul) W je poměr momentu setrvačnosti průřezu k těžištové ose a vzdálenosti krajních vláken průřezu od této osy. Má rozměr m^3 . U průřezu nesymetrického se rozlišuje modul průřezu k horním vláknům W_1 a k dolním vláknům W_2 (obr. 109).

$$\text{Platí: } W_{y1} = I_y / z_h \quad W_{y2} = I_y / z_d$$

$$W_z = I_z / y$$



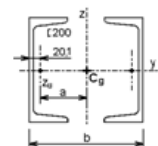
Obrázek 105 Příklad 52 Moment setrvačnosti



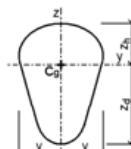
Obrázek 106 Oxy souměrnosti průřezu jako hlavní těžištové osy



Obrázek 107 Průřezy jejichž $I_{max} = I_{min}$



Obrázek 108 Příklad 53 Průřez ocelového sloupu



Obrázek 109 Modul průřezu

Příklad 30: Určete reakce nosníku podle zatěžovacího schématu na obr. 66.

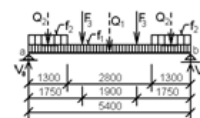
$$f_1 = 3 \text{ kNm}^{-1}; \quad f_2 = 4 \text{ kNm}^{-1}; \quad F_3 = 6 \text{ kN}$$

Řešení: Tvar nosníku i jeho zatížení jsou osově souměrné podle středu nosníku. Všechny síly na nosníku jsou svislé, proto i obě reakce jsou svislé. Z důvodu osové souměrnosti mají obě reakce stejnou velikost.

$$\text{Náhradní břemena: } Q_1 = 3 \cdot 5,4 = 16,2 \text{ kN}$$

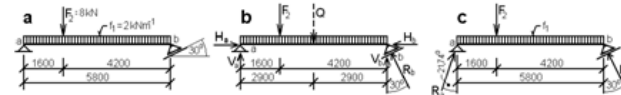
$$Q_2 = 4 \cdot 1,3 = 5,2 \text{ kN}$$

$$\text{Platí: } V_a = V_b = (16,2 + 2 \cdot 5,2 + 2 \cdot 6) / 2 = 19,3 \text{ kN}$$



Obrázek 66 Příklad 30 Reakce s využitím symetrie

Příklad 31: Určete reakce nosníku podle zatěžovacího obrazce (obr. 67 a).



Obrázek 67 Příklad 31 Reakce nosníku se šikmou podporou

Řešení: Reakce v podpoře „a“ má obecný směr, reakce v posuvné podpoře „b“ je kolmá na směr posuvu:

$$\Rightarrow H_a = R_b \cdot \sin 30^\circ = 0,5 R_b \quad V_b = R_b \cdot \cos 30^\circ = 0,866 R_b$$

$$Q = 2 \cdot 5,8 = 11,6 \text{ kN} \quad (\text{obr. 67 b})$$

$$3. \text{ p. r. k bodu „b“: } V_a \cdot 5,8 - 8 \cdot 4,2 - 11,6 \cdot 2,9 = 0 \Rightarrow V_a = 11,593 \text{ kN}$$

$$3. \text{ p. r. k bodu „a“: } 8 \cdot 1,6 + 11,6 \cdot 2,9 - V_b \cdot 5,8 = 0 \Rightarrow V_b = 8,007 \text{ kN}$$

$$R_b = V_b / 0,866 = 8,007 / 0,866 \Rightarrow R_b = 9,246 \text{ kN}$$

$$H_a = 0,5 R_b = 0,5 \cdot 9,246 \Rightarrow H_a = 4,623 \text{ kN}$$

$$H_b = 4,623 \text{ kN} \Rightarrow H_b = 4,623 \text{ kN}$$

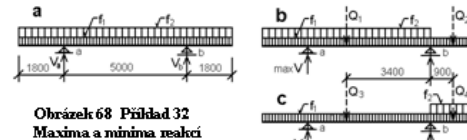
$$1. \text{ p. r.: } R_a^2 = 11,593^2 + 4,623^2 \Rightarrow R_a = 12,481 \text{ kN}$$

$$\text{tg } \alpha = 4,623 / 11,593 \Rightarrow \alpha = 21,74^\circ$$

Příklad 32: Vypočítejte maximální a minimální hodnoty reakcí nosníku s převýšení konci (obr. 68 a). Zatížení f_2 je tzv. zatížení nahodilé, které na nosník může působit plně nebo jen v libovolném jiném rozsahu, případně nemusí působit vůbec.

$$f_1 = 3 \text{ kNm}^{-1}$$

$$f_2 = 5 \text{ kNm}^{-1}$$



Obrázek 68 Příklad 32 Maxima a minima reakcí

Poznámka: Jsou-li reakce nosníku záporné, tj. směřují-li dolů, může dojít k převržení nosníku. V tom případě je potřeba nosník proti převržení kotvit.

28

Posouvající síly (obr. 159 a):

$$V_a' = 11,60 \text{ kN}$$

$$V_2 = 11,60 - 1,6 \cdot 2 = 8,40 \text{ kN}$$

$$V_2' = 8,40 - 8 = 0,40 \text{ kN}$$

$$V_b = 0,40 - 4,2 \cdot 2 = -8,00 \text{ kN}$$

nebezpečný průřez:

$$11,60 - 8 - 2 \cdot x = 0 \Rightarrow x = 1,80 \text{ m}$$

Normálové síly (obr. 159 b):

$$N_a = -4,62 \text{ kN}$$

$$N_b = -4,62 \text{ kN}$$

Nosník je v celé své délce namáhán tlakem.

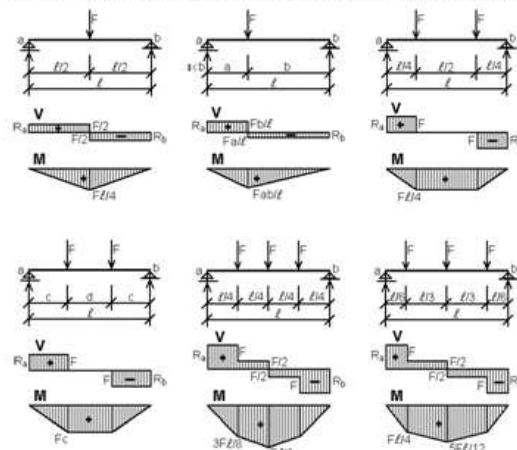
Ohybové momenty (obr. 159 c):

$$M_2 = 11,60 \cdot 1,6 - 1,6 \cdot 2 \cdot 0,8 = 16,00 \text{ kNm}$$

$$\text{max } M = M_2 = 11,60 \cdot 1,80 - 8 \cdot 0,20 - 1,80 \cdot 2 \cdot 0,9 = 16,04 \text{ kNm}$$

6.4 Vzorce pro V a M některých prostých nosníků a konzol

Ve statických tabulkách jsou uvedené vzorce pro výpočet posouvajících sil V a ohybových momentů M nosníků zatížených silami (obr. 160) i zatížením spojitým (obr. 161).



Obrázek 160 Vzorce pro určení V a M prostých nosníků a konzol